

الصف الحادي عشر متقدم

Math Show

١-١ توزيع ذي الحدين

توزيع ذي الحدين:

التجربة العشوائية لها
ناتجان فقط النجاح والفشل

لتجربة عشوائية تتكرر (ن)
من المرات

أحد التوزيعات الاحتمالية
للمتغير العشوائي المنفصل

ر: عدد النجاحات التي يراد

رصدتها
سلطنة عمان
التعليمية

ب: احتمال النجاح

١-ب: احتمال الفشل

وكل من النجاح والفشل
حدثان متتامان

ويعبر عن المتغير العشوائي الذي يتبع توزيع ذي الحدين بالصورة التالية

س ~ ث (ن ، ب)

وتعني س تتبع توزيع ذي الحدين لتجربة عشوائية تكررت ن من المرات
وا احتمال النجاح بها = ب

بالتالي يكون احتمال الحصول على (ر) من النجاحات =

$$ل(س=ر) = \binom{n}{r} b^r (1-b)^{n-r}$$

مثال (١): ألقى حجر نرد منتظم ذي ستة أوجه ٤ مرات، أوجد احتمال الحصول على العدد ٦ ثلاث مرات

الحل

هنا لدينا تجربة (القاء حجر نرد منتظم) تكررت ٤ مرات

والفشل: عدم الحصول على العدد ٦

النجاح: هنا هو الحصول على العدد ٦

عدد النجاحات المطلوبة: ٣

احتمال النجاح: عدد مرات ظهور العدد ٦ على حجر النرد = $\frac{1}{6}$

احتمال الفشل = $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$$ل(س=٣) = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^1 = 0.054$$

الصف الحادي عشر متقدم

Math Show

١-١٠ توزيع ذي الحدين

سلطنة عمان
التعليمية

مثال (٢): يبين الشكل المجاور قرصًا دوارًا خماسيًا منتظمًا، إذا دُور القرص ١٠ مرات، فأوجد احتمال أن يتوقف المؤشر عند الحرف أ ثلاث مرات

الحل

ب: احتمال ظهور الحرف أ على القرص $n = 10$ $r = 3$

$$p = \frac{3}{10} = 0.3 \quad q = 1 - p = 1 - 0.3 = 0.7$$

بالتالي يكون المتغير العشوائي س يتبع توزيع ذي الحين س ~ ث (١٠، ٠.٣)

$$P(S=3) = \binom{10}{3} (0.3)^3 (0.7)^7 = 0.2501$$

تطبيق التعلم: المجموعة الأولى

(١) إذا كان المتغير س يتبع توزيعًا ذا حدين، $n = 4$ ، $p = 0.2$ أوجد

<p>(أ) ل (س=٤) الحل ${}^4C_4 (0.2)^4 (0.8)^0 = 0.0016$</p>	<p>(ب) ل (س=٠) الحل ${}^4C_0 (0.2)^0 (0.8)^4 = 0.4096$</p>	<p>(ج) ل (س=٣) الحل ${}^4C_3 (0.2)^3 (0.8)^1 = 0.08$</p>	<p>(ب) ل (س=٣ أو ٤) الحل ${}^4C_3 (0.2)^3 (0.8)^1 + {}^4C_4 (0.2)^4 (0.8)^0 = 0.0816$</p>
---	---	---	--

(٢) إذا علمت أن س ~ ث (٧، ٠.٦) فأوجد

<p>(أ) ل (ص=٧) الحل ${}^7C_7 (0.6)^7 (0.4)^0 = 0.279936$</p>	<p>(أ) ل (ص=٥) الحل ${}^7C_5 (0.6)^5 (0.4)^2 = 0.2612736$</p>	<p>(ج) ل (ص ≠ ٤) الحل $1 - {}^7C_4 (0.6)^4 (0.4)^3 = 0.9122016$</p>	<p>(ب) ل (٣ < ص < ٦) الحل ${}^7C_4 (0.6)^4 (0.4)^3 + {}^7C_5 (0.6)^5 (0.4)^2 = 0.377088$</p>
---	--	--	---

الصف الحادي عشر متقدم

Math Show

١-١ توزيع ذي الحدين

(٣) إذا علمت أن ح ~ ث (٩، ٠.٣٢) فأوجد

(أ) ل (ح=٥) الحل ${}^9C_5 \times (0.32)^5 \times (0.68)^4 =$ =	(ب) ل (ح=٥) الحل ${}^9C_5 \times (0.32)^5 \times (0.68)^4 =$ =	(ج) ل (ح=٢) الحل ${}^9C_2 \times (0.32)^2 \times (0.68)^7 =$ =	(د) ل (ح=٠) الحل ${}^9C_0 \times (0.32)^0 \times (0.68)^9 =$ =
---	---	---	---

(٤) أوجد احتمال كل حدث من الأحداث الآتية

(أ) ظهور خمس صور عند رمي قطعة نقد منتظمة تسع مرات الحل ${}^9C_5 \times (0.5)^5 \times (0.5)^4 =$ $0.246 = (س=٥) ل$	(ب) ظهور العدد ٦ مرتين عند رمي حجر ترو منتظم ١١ مرة الحل ${}^{11}C_2 \times (1/6)^2 \times (5/6)^9 =$ $0.296 = (س=٢) ل$
---	--

تطبيق التعلم: المجموعة الثانية توظيف توزيع ذي الحدين في مواقف حياتية

(٥) ينجح في اختبار القيادة ٧٠% من الأشخاص من المحاولة الأولى. أوجد احتمال أن ينجح خمسة أشخاص اختبروا عشوائيًا من بين ٨ أشخاص تقدموا للاختبار لأول مرة

الحل

$${}^8C_5 \times (0.7)^5 \times (0.3)^3 =$$

$$0.205 = (س=٥) ل$$

الصف الحادي عشر متقدم

Math Show

١-١٠ توزيع ذي الحدين

(٦) فرصة لاعب كرة قدم للتسجيل في كل ضربة جزاء هي ٩٥٪. أوجد احتمال

(ب) يفشل في تسجيل واحدة من سبع ضربات جزاء التالية

(أ) أن يُسجل جميع ضربات الجزاء الـ ١٠ التالية

الحل

$$ن = 10 \quad ر = 10 \quad ب = 0.95 \quad 1 - ب = 0.05$$

$$ل(س = 10) = \binom{10}{10} (0.95)^{10} (0.05)^0 = 0.5987$$

الحل

$$ن = 7 \quad ر = 1 \quad ب = 0.05 \quad 1 - ب = 0.95$$

$$ل(س = 1) = \binom{7}{1} (0.05)^1 (0.95)^6 = 0.257$$

$$ل(س = 1) = 0.257$$

(٧) معدل فشل زراعة بذور نوع معين من الطماطم هو ١٣% خلال ١٠ أيام من زراعتها. أوجد احتمال أن تنجح زراعة ٣٤ أو ٣٥ بذرة اختيرت عشوائيًا من ٤٠ بذرة خلال ١٠ أيام من زراعتها

الحل

معدل الفشل = ١٣% بالتالي يكون معدل النجاح = ٨٧% = ١ - ١٣%

$$ن = 40 \quad ب = 0.87 \quad 1 - ب = 0.13 \quad ر = 34 \text{ أو } 35$$

$$ل(س = 34) + ل(س = 35) = \binom{40}{34} (0.87)^{34} (0.13)^6 + \binom{40}{35} (0.87)^{35} (0.13)^5 = 0.349$$

(٨) ينتج مصنع ألواح دوائر إلكترونية ومعدل وجود خطأ فيها ٣%. أوجد احتمال أن يحصل في عينة عشوائية من ٢٠٠ لوح

(ب) خطأ في أقل من لوحين

(أ) خطأ في لوح واحد فقط

الحل

الحل

$$ن = 200 \quad ر = 1 \quad ب = 0.03 \quad 1 - ب = 0.97$$

$$ل(س = 1) = \binom{200}{1} (0.03)^1 (0.97)^{199} = 0.33$$

$$ن = 200 \quad ر = 1 \quad ب = 0.03 \quad 1 - ب = 0.97$$

$$ل(س = 1) = \binom{200}{1} (0.03)^1 (0.97)^{199} = 0.33$$

$$ل(س = 0) = \binom{200}{0} (0.03)^0 (0.97)^{200} = 0.048$$

$$\text{احتمال خطأ في أقل من لوحين} = 0.048 + 0.33 = 0.378$$